Diagrammatisch

SYBILLE KRÄMER

1. Prolog

Kunstbilder führen ein elitäres Dasein. Sie nötigen uns zu Respekt, fast zeitlos berührt ihre Aura. Was so nahe vor Augen steht, ist zugleich entrückt, anfassen ist untersagt. Gemälde betrachtend wissen wir zumindest eines: so etwas hätten *wir* niemals gekonnt; künstlerische Bildproduktion ist mühevoll, zumeist von unnachahmlicher Kunstfertigkeit. Wie anders erscheint da die Sprache. Als Muttersprache kinderleicht erworben, ist sie uns meist flüssig zu Diensten. Kaum etwas bedarf eines geringeren Equipments; kaum etwas ist einfacher zu ‹handhaben›, kaum etwas ist nützlicher. Wer sonst auch wenig Kompetenzen zeigt: reden geht immer!

Solche Aufgabelung zwischen kunstfertigem Bildvermögen und leichtfertigem Sprachvermögen produziert – natürlich! - eine Schieflage. Auch die Sprache kennt hochartifizielle Kunstwerke. Sollte es dann – im Umkehrschluss – nicht beim Bildermachen auch eine nützliche und allseits zuhandene Alltagsform der Bildlichkeit geben?

Was also bedeutet es Eigenart und Rolle des Bildlichen von seinem ‹Sitz im Leben› und seiner Verankerung im Gewöhnlichen her zu reflektieren? Nicht vom spektakulären Bild, von künstlerischer Meisterschaft, von einzigartiger ästhetischer Erfahrung auszugehen, vielmehr vom Selbstverständlichen eines alltäglichen Umgangs mit dem Bildlichen, in welchem es brauchbar oder auch überflüssig wird und überdies veralten kann? Was bedeutet es, wenn Emphase und Poesie der Sichtbarkeit und Visualität des Bildes als einer Feier des Augensinnes von der Prosa einer taktilen Handhabbarkeit, mobilen Zugänglichkeit und operativen Transformierbarkeit überlagert wird? Was also kann es heißen, das Bildliche *vor* dem Bild zu bedenken? Die Erörterung von Diagrammen und dem Diagrammatischen soll darauf eine – von übrigens vielen möglichen – Antworten geben.

2. Sternenbilder

Folgen wir einem Sternenbild, folgen wir dem Orion! [Abb. 1]

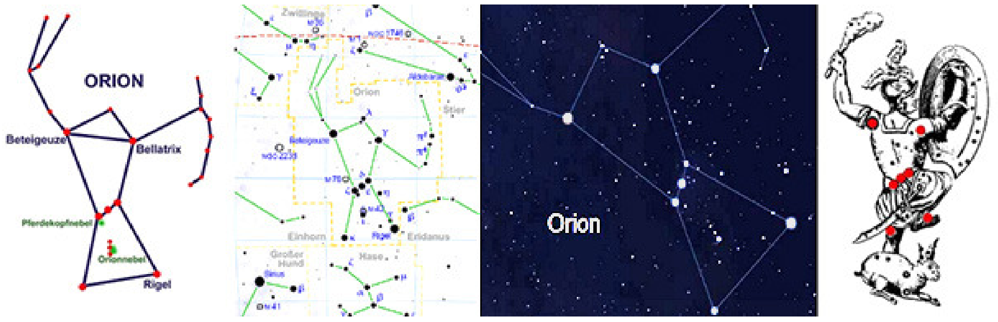

Abb: 1 >

Als Sternenkundige erkennen wir den Orion am Winterhimmel über Europa. ‹Erkennen›? Wir identifizieren in der unüberblickbaren und auch chaotischen Vielzahl funkelnder Punkte ein Muster. Doch das Muster, das wir dort oben finden, haben wir zuvor hier unten in mannigfachen Formen auf Buchseiten, Bildern, Beschreibungen vorgefunden. Ja, *vorgefunden* und zugleich wissen wir, dass dieses Muster eine von alters her geprägte artifizielle Konstellation ist. Sie besteht aus Punkten und Strichen, mit denen unglaublich weit entfernte Sterne (beim Orion z.B. Betelgeuse und Bellatrix) durch eine kurze Verbindungslinie auf einer Bildfläche in nachbarschaftliche Nähe gerückt werden.

Sternenkonstellationen sind keine Naturphänomene, sondern Bildwerke. Sie sind Projektionen aufgezeichneter Gestalten auf ein ‹Himmelsgewölbe›, das dadurch seine Tiefe verliert, um seine Krümmung und Räumlichkeit gebracht wird. Mit herrscherlicher Geste wird Ordnung im Chaos des Sternenmeers gestiftet, indem stabile Anordnungen hergestellt werden. Jedes Sternenbild, das eine Kultur als bedeutsame Konstellation auszeichnet, wird stets in einer Pluralität variabler Skizzen, diagrammatischer und mimetischer Zeichnungen und mythologisch-literarischer Beschreibungen überliefert und kanonisiert. Doch eine Struktur muss in der Vielzahl der unterschiedlichen Visualisierungen eines einzelnen Sternenbildes erkennbar sein. Was wir auf den Himmel projizieren, ist nicht ein einzelnes gezeichnetes Bild des Orion, sondern es ist das Orion-Schema, ein Muster, das in der Variabilität von Visualisierungen stets durchzuscheinen hat.

Und überdies: Es gibt gar kein singuläres Sternenbild; dieses existiert stets als Teil einer Gruppe. Sternenbilder können hinzugefügt werden und auch wieder verschwinden. Kaum eine Kultur aber kommt ohne eine solche Sortierung am Himmel aus; und das hat seinen guten Grund. Sternenbilder haben einen Sinn; das Wort ‹Sinn› übrigens – daran erinnert noch der Uhrzeigersinn – bedeutet etymologisch ‹Richtung›. Denn Sternenbilder dienen der Orientierung und Lokalisierung und das in einer interessanten Verbindung von Räumlichem und Zeitlichem: Anhand eines Sternbildes ist die *räumliche* Lage auf Erden zu orten, wenn zugleich kundig die *zeitliche* Bewegung des Bildes am Himmel in Rechnung gestellt wird. Über lange Epochen sind Sternenbilder – zusammengefasst in Sternenbild-Katalogen – unersetzliche Hilfsmittel der Navigation, die Richtungen gerade auf einem markierungslosen Ozean aufzeigen können und einzuhalten erlauben. Und für Laien, die sich am Himmel mit bloßem Auge auskennen, am Himmel also die Himmelskarte entdecken wollen, sind sie unentbehrliche Markierungspunkte.

So interessant Sternenbilder als volkstümliches Wissen kulturgeschichtlich sein mögen, als wissenschaftliche, gar astronomische Visualisierung sind sie wenig bedeutend. Und doch lässt sich ausgehend vom Sternenbild eine ‹kleine Grammatik der Diagrammatik› gewinnen. Wir meinen – hier, an dieser Stelle – mit der ‹Grammatik der Diagrammatik› nicht mehr, als eine lose Aneinanderreihung von Attributen, die charakteristisch sind für Diagramme im Gebrauch. Und wir werden das anhand von drei unterschiedlichen Bildszenarien tun: Sternenbildern, Zahlenbildern und Beweisbildern. Doch beginnen wir mit dem Orion, von dem ausgehend wir sechs Attribute herausstellen wollen: (1) Flächigkeit, (2) Graphismus, (3) Relation, (4) phänomenaler Leibbezug, (5) Bild/Text Synthesen, (6) praktische und/oder theoretische Nützlichkeit.

1. Flächigkeit. Aus der unendlichen Tiefe des Weltalls *machen* Sternenbilder eine Fläche. So selbstverständlich übrigens ist das Vorkommnis bebilderter und beschrifteter Flächen in unserer dreidimensionalen Lebenswelt, dass uns kaum mehr auffällt, welche Sonderform von Räumlichkeit da vorliegt. Bei Flächen ist ein Dahinter oder Darunter eliminiert, einer Oberfläche wurde die Tiefe ‹geraubt› und alles was es zu sehen gibt, bietet sich in der Simultaneität einer Synopsis dar. Die ordnende Matrix ist das Nebeneinander und das Untereinander. Der Betrachter ist in die Vogelflugperspektive versetzt; er gewinnt, was wir sonst kaum haben: *Überblick* und *Übersicht*. Allerdings: realiter und also empirisch gibt es keine Flächen, vielmehr behandeln wir etwas *als* Fläche und zwar genau dadurch, dass alleine zählt, was der Fläche aufgezeichnet oder eingezeichnet ist. Bebilderungen und Einschreibungen lösen eine Metamorphose aus: Eine reale Oberfläche verwandelt sich in eine virtuelle Fläche, in ein Potenzial und einen Möglichkeitsraum für Inskriptionen.

2. Graphismus: Die Interaktion von Punkt, Strich und Fläche in deren Vollzug einer Oberfläche etwas eingraviert oder aufgetragen wird, entfaltet das Kraftfeld des Graphismus. Bedeutsam ist dieser für ästhetische und kognitive Erfahrung; der Graphismus ist die Wurzel der Zeichnung wie der Schrift. Als Verbindungs- oder als Grenzlinie kommt dem Strich eine besondere Bedeutung zu. Es ist der artifizielle Linienzug, der eine Verbindung zwischen Sternen konstruiert und eine Gestalt, die am Himmel nicht existiert, als Sternenkonstellation hervorbringt. Es ist auch der Linienzug, der abgrenzt, welche Sterne zur Figur gehören. Als Praxis der Einzeichnung führt der Strich übrigens ein Doppelleben: Er kann etwas wissenschaftlich exakt oder künstlerisch stilisiert abbilden; er kann aber auch in völliger Ungebundenheit im freien Spiel der Linienführung erzeugen, was noch nicht ist, oder niemals sein wird.

Dieses Doppelleben von Abbild und Entwurf ist das Geheimnis der Schöpferkraft der Linie: Alles was ist und auch was nicht ist kann der Metamorphose des Linienförmigen unter‹zogen› und also auf die eine oder anderen Weise dargestellt werden; sogar das, was logisch widersprüchlich ist. Der Graphismus gleicht einer zweiten Form von ‹Sprache›, kehrt deren Modalitäten jedoch um: nicht einfach Sequenzen, sondern eine Simultaneität erzeugend, nicht sich verflüchtigend, sondern fixierend, nicht primär zeitlich, sondern räumlich in figurativer Anordnung organisiert.

3. Relation: Ein Linienzug stiftet Verbindung und damit Zusammenhang. Relationen zu zeigen, ist das ‹Heimspiel› des Diagramms. Nicht einzelne Gegenstände, sondern ein *Verhältnis* zwischen Gegenständen wird sichtbar gemacht. Was ist dieses ‹Verhältnis›? Im Sternenbild ist das einfach: wie immer der kulturelle Horizont beschaffen ist, der ‹seine›Sternenbilder hervorbringt: Die Zusammenfügung der Sterne zur Figur ist willkürlich; ihr entspricht kein realer Zusammenhang; *wir* haben diese Verbindung erschaffen. Doch wie verhält es sich beim Zahlenstrahl: links am Anfang die 0, dann in gleichen Abständen die Zahlen folgend... Auch hier ist die Linie Verbindung, sie zeigt die rationalen Zahlen als Aufeinanderfolge und Kontinuum. Doch sie kann dabei nicht willkürlich verfahren, die 7 kommt nach der 6 und nicht vorher.

Ein Sternenbild zeigt kein Sternengesetz, aber ein Zahlenstrahl zeigt ein Zahlengesetz. Und doch: wieso ‹steht› die Zahl 7 in der Zahlenstrahlvisualisierung *rechts* von der 6 oder, wenn es um negative Zahl -7 geht, *links* von -6? Eine Verräumlichung ist am Werk, welche die zeitliche Sukzession des Zählens in eine flächige Anordnung übersetzt, die einer spezifischen Richtung folgt. Linien sind nicht nur visuell, sie haben auch eine Ausrichtung, die an Formatierungsvorgaben und an unsere leibliche Organisation gebunden ist. Rechts oder links ist eine räumliche Orientierung, eine auf die Asymmetrie unserer Händigkeit bezogene Konvention, die mit Arithmetik zunächst einmal nichts zu tun hat.

Wir sehen also: wenn die durch den Linienzug vollzogene Verbindung nicht willkürlich ist, weil ihr etwas außerhalb der Linie in der wirklichen oder der begrifflichen Welt ‹entspricht›, dann homogenisiert die Linie die Elemente der Relation auf eine Weise, durch die sichergestellt ist, dass diese dem Ordnungsgesetz der Lineatur als einem Bezugssystem unterworfen werden können. Dieses Ordnungsgesetz ist der Spielraum von Differenzen, die durch zweidimensionale, räumliche Beziehungen sichtbar zu machen sind. Ist es ein Zufall, dass Spiele, diese differenzsetzende Praxis par excellence, auf die diagrammatische Markierung von Spielfeldern so häufig angewiesen sind?

Dass Diagramme Relationen zeigen ist nicht das allein Entscheidende, sondern wie sie das tun. Sie sind das Medium von topographischen Anordnungen, innerhalb derer räumliche oder nichträumliche, willkürliche oder regelhafte Verhältnisse zwischen Gegenständen sichtbar und dadurch handhabbar gemacht werden.

4. Phänomenaler Leibbezug. Im Orion-Bild ist klar: der Stern namens Rigel ist unten, Bellatrix ist die rechte ‹Schulter›, Betelgeuse die linke. Inskribierte Flächen zehren in ihrem Ordnungspotenzial davon, dass die durch unsere Leiblichkeit gestiftete dreifache Matrix von oben/unten, vorne/hinten, rechts/links (das sind – wie Kant schon bemerkte – die drei rechtwinklig aufeinander stehenden Schnittflächen unseres Körpers) als Formatierungsraster auf die Fläche projiziert wird, jedoch – und das ist entscheidend – unter Annullierung des vorne/hinten. Eine Verbindung zwischen zwei Punkten ist dann nicht nur eine Relation, sondern die Relation hat eine Richtung; und diese Richtung ist nicht unabhängig vom Betrachter und seiner Leiblichkeit. Diagramme sind in ihrer Anordnung auf die leibliche Verfassung ihrer Nutzer bezogen.

5. Bild/Text-Synthesen: Wären Eigennamen von Sternen nicht verzeichnet, stünden Sternenbilder nicht in einem kommentierten Katalog oder wären sie nicht in einen Text eingebettet, wie genau in diesem Glossar, würden Diagramme ihre Bedeutung verlieren. Diagramme sind Bild/Text-Spiele; schematisierende Zeichnung und geschriebenes Wort gehen darin eine Verbindung ein. Signifikant ist dabei, dass das geschriebene Wort eben nicht nur Wort, sondern vor allem ein *Geschriebenes* ist.

Die Schrift teilt mit der Zeichnung den Graphismus, die Nutzung der Zweidimensionalität der Fläche und den auf die Leser/Betrachter orientierten Richtungssinn; gerade weil Schriften nicht einfach Sprache sind, vielmehr in ihrer Schriftbildlichkeit elementare bildlich-visuelle Momente bergen, können sie sich so trefflich mit der Zeichnung vereinigen. Dabei geht es nicht nur um Textuelles innerhalb des Diagramms, sondern auch um den Text um das Diagramm herum. Diagramme sind – unter nahezu allen Umständen – eingebettet in und angewiesen auf Erklärungen. Wenn der Begriff ‹Kontext› buchstäblich Sinn macht, dann im Falle von Diagrammen. Diagramme finden ihren genuinen Ort im sie begleitenden, sie umgebenden Text.

6. Nützlichkeit: Selbst Sternenbilder haben eine Aufgabe: sie räumen den Himmel durch Gruppenbildung auf und verhelfen dem Sternenkundigen zur Selbstlokalisierung und Navigation. Diagramme sind von Nutzen. Anders als bei Kunstbildern ist nicht Selbstreferenz, sondern Fremdreferenz ihr Merkmal: Diagramme zeigen primär nicht sich, sondern sie zeigen *etwas*.

Indem Sternenkarten durch Figurierung und Anordnung ein Stück Himmel zeigen, eröffnen sie Bewegungsmöglichkeiten auf Erden, eben so, wie Stadtpläne oder Wanderkarten Bewegungen von Akteuren im unbekannten Terrain möglich machen. Die Himmelskarte wird zum Navigationsinstrument auf Erden. Der Gebrauch von Diagrammen nimmt dabei vielfältige Formen an: Er kann – als gesteigerte Form von Nützlichkeit – auch als Operativität spezifiziert werden. Und ‹Operativität› heißt: Indem wir mit dem Diagramm etwas machen, gewinnen wir, was ohne Diagramm nur schwer oder gar nicht zu haben wäre. Um zu verstehen wie das gemeint ist, sei ein anderes Diagramm angeführt. Wir greifen dabei nicht mehr nach den Sternen, sondern den Zahlen. Nach den Zahlen ‹greifen›, wie das?

3. Zahlenbilder

Stellen wir uns einen Zahlenstrahl vor, der links negative Zahlen und rechts die positiven aufzeichnet. In der Grundschule kann man am Zahlenstrahl das Addieren und Subtrahieren lernen. Die Addition ‹5+2=7› wird realisiert, indem von der 5 aus zwei Schritte nach rechts zu ‹gehen› ist; dort ‹findet› sich die gesuchte Zahl; die Subtraktion vollzieht die ‹Bewegung› in die entgegen gesetzte Richtung: ‹7-2=5› heißt von der Sieben aus zwei Schritte nach links zu gehen. Doch der Zahlenstrahl dokumentiert auch, was das Rechnen mit Anzahlen abzählbarer konkreter Einheiten nicht vermag: wir können von fünf Nüssen nicht acht wegnehmen, doch wir können ‚5-8=-3' am Zahlenstrahl ‹abschreiten›. Solche Simplifizierung im Rechnen scheint vernachlässigbar zu sein; es ist nicht mehr als die unterste Stufe der Leiter des arithmetischen Elementarunterrichts. Und doch: müssen wir nicht staunen über diesen Kunstgriff der *Verräumlichung*? Eine geistige Tätigkeit wird in eine mechanische, ‹raumabtastende› Bewegung entlang einer sichtbaren Linie umgepolt, welche die Abfolge von Zahlen nicht einfach repräsentiert, sondern so präsent macht, dass wir mit Zahlen sogar etwas *tun* können.

Eine Zahl hat noch nie jemand zu Gesicht bekommen. Zahlen sind begriffliche Entitäten, unsichtbar, unkörperlich und selbstverständlich raumlos. Im Verbund mit der Bezeichnung von Zahlen durch Ziffern bannt der Zahlenstrahl jedoch die ephemere Existenz der Zahlen auf ein Blatt Papier, gibt arithmetischen Gesetzen eine anschauliche und handhabbare Gestalt. Ein sinnlich zugänglicher Zahlenraum ist entstanden, welcher Zahlen nicht nur visualisiert sondern *adressiert*, ihnen also einen wohlbestimmten Ort (auf dem Zahlenstrahl) verleiht und es daher möglich macht, Zahlenprobleme durch ‹handgreifliche Tätigkeiten im Zahlenraum› zu lösen. Diagramme verwandeln sich dabei in Instrumente zum Problemlösen.

Führen wir uns den Zusammenhang von Verräumlichung und Operativität am Beispiel eines etwas komplexeren Zahlenraums vor Augen, welcher durch drei Zahlengeraden aufgespannt ist und die Multiplikation im Kleinen Einmaleins als mechanische Prozedur eröffnet (Abb. 2).

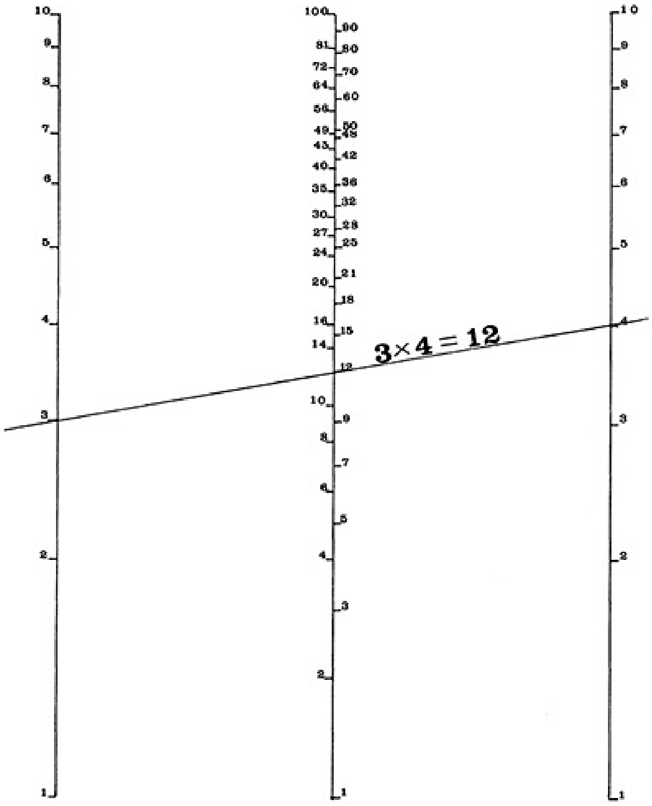

Abb: 2 >

Dieses Diagramm zur Multiplikation (auch ‹Nomogramm› genannt, weil es ein Gesetz visualisiert) funktioniert so: Zwischen den zu multiplizierenden Zahlen, die auf den beiden äußeren Zahlengeraden lokalisiert sind, wird eine Gerade gezogen, wird ein Faden gespannt oder eine Lineal angelegt. Da, wo diese Operations-Linie den mittlere Zahlenstrahl kreuzt, ist die gesuchte Zahl; hier illustriert anhand der Gleichung ‹3 x 4 = 12›. Ein Papierwerkzeug ist entstanden. Vervollständigen wir angesichts dieses Zahlenbildes unsere ‹Grammatik der Diagrammatik›.

7. Unterschiedlicher Funktionswert von Linien: Die Linien erfüllen hier, wie zumeist in Diagrammen, zwei unterscheidbare Rollen. Die drei Zahlengeraden bilden *Hilfslinien*, sie konstruieren den visuellen Zahlenraum, indem sie die Fläche ‹ausrichten›, so dass – ebenso wie beim einfachen Zahlenstrahl der Addition und Subtraktion – nun alle Operationen auf der Fläche eine Richtung bekommen.

In dem auf dem Papier entstandenen Zahlenraum, steigen die größeren Zahlen an: ‹je größer, je höher platziert›. Durch räumliche Anordnung wird eine universelle arithmetische Regel instantiiert.

Anders dagegen die *Operationslinie*. Ob eingezeichnet oder mit Faden und Lineal nur angelegt, sie ist ein stets neu justierbares Werkzeug zur linearen Verbindung zwischen den bekannten Zahlen, welche zugleich die unbekannte Zahl zwingend markiert und also ermittelt. Die Operationslinie vollzieht die Anwendung der in der Anordnung der Zahlenstrahlen zuvor verkörperten Multiplikationsregel für eine konkrete Problemstellung. Ein *universales* arithmetisches Gesetz wird so dargestellt, das dessen *partikuläre* Anwendung dabei operativ ausgeführt werden kann: Visualität, Taktilität und Operativität verschwistern sich auf der inskribierten Fläche. Wir denken nicht nur mithilfe der Fläche, wir denken *auf* der Fläche.

8. Übersetzbarkeit: Die hier vorgestellte graphische Multiplikation ist durch eine Fülle alternativer Rechenverfahren realisierbar: Mit Perlenschnüren des Abakus, mit Kolumnen des Rechenbretts, in mannigfaltigen Formen von Multiplikationstabellen und -tafeln, als schriftliches Rechnen mit Dezimalziffern, Rechenschiebern und schließlich mit mechanischen und elektronischen Rechenmaschinen. So unterschiedlich diese Verfahren auch sind: in ihren Ergebnissen stimmen sie überein – oder sollten das zumindest tun.

Die Existenz einer unübersehbaren Vielfalt dieser Rechenverfahren führt uns drastisch vor Augen: Diagramme sind Bilder, die *übersetzbar* und ohne Informationsverlust ineinander transformierbar sind. Und zwar nicht nur von einer graphischen Form in eine andere, so, etwa wie wir eine Figur durch eine Formel, eine Formel durch verschiedene Notationssysteme realisieren können. Vielmehr kann mit der Übersetzbarkeit von Diagrammen auch eine ontologische Differenz überbrückt werden: Aus einer symbolischen Form kann ein technisches Artefakt werden: Die Programmierung ist dafür ein wirkmächtiges Beispiel. Denkzeug und Werkzeug können einander korrespondieren. Nichts ist so gut zu übertragen wie ein Diagramm. Es ist der ihm eigene Schematismus, der solche Übersetzbarkeit und Übertragbarkeit zu einem Konstituens des Diagrammatischen macht.

9. Faden und Stab bilden die kulturtechnischen Vorläufer der Linie: Anders als die stabilen, fixierten Hilfslinien im Multiplikationsdiagramm ist die Operationslinie ein bewegliches Element: eben wie ein Faden oder ein Lineal. Beide sind leicht auf der Fläche zu bewegen und wieder zu entfernen; anderenfalls würde die Multiplikationstafel durch häufige Benutzung unbrauchbar.

Das scheint trivial. Und doch enthüllt sich in diesem Zusammenwirken der stabilen mit beweglichen Linien eine originäre Verwandtschaft der graphischen Linie mit dem Stab bzw. dem Faden. Das Formenrepertoire der geraden und gekrümmten Linie, mithin die ‹Syntax der Lineatur› ergibt sich genau dann, wenn wir uns fragen, welche elementaren Operationen mithilfe von Stab (gerade Linie) und Faden (gekrümmte Linie) auf einer Fläche ausführbar sind. Stab und Faden bilden die material-körperlichen, kulturtechnischen Grundlagen der epistemischen Kraft von Linien. Der antike ‹Gnomon›, der ‹Schattenstab› der Sonnenuhr, ist Instrument der Zeitmessung durch Verräumlichung der Zeit qua Sonnenbewegung im Schattenwurf; ‹Gnomon› heißt aber auch der Winkelmesser des Handwerkers und ‹Gnomon› mutiert im Rahmen der pythagoreischen *psephoi*-Arithmetik zum Zahlenwinkel, mit dem regelhaft figurierte Zahlen so auszulegen sind, dass an ihnen arithmetische Zusammenhänge *einsehbar* werden. Handwerk und Denkzeug, Graphismus und Technik gehen auseinander hervor und verweisen aufeinander.

Die operative Rolle, die Diagramme beim Rechnen erfüllen, dechiffriert das Rechnen als eine geistige Tätigkeit, bei welcher der Geist geradezu zum Verschwinden gebracht wird, um einer mechanisch auszuübenden Bewegung auf dem Papier zu weichen. Ein Wunderwerk und Kunstgriff dieser Art von operativen Bildern besteht genau in dieser Umwandlung von Geist in Nichtgeist, in die Form einer Operation, welche ein Wissen, sowie Interpretation und Reflexion gar nicht voraussetzt. Als ‹Zahlenkunst› oder ‹intellektuelles Tun› ist das kaum anzusprechen. So wollen wir uns in einem letzten Schritt operativ wirksamen Diagrammen zuwenden, die ein ganz und gar intellektuelles Vermögen befriedigen: Einsichten zu gewinnen und dadurch auch Erkenntnisse zu rechtfertigen.

4. Beweisbilder

Das Wort ‹Diagramm› kommt aus dem Griechischen (διάγραμμα : diágramma) und bezieht sich auf die Umrisslinie einer Gestalt, wie sie klassisch in geometrischen Figuren Euklids gegeben ist – wiewohl schon aus der griechischen Antike uns eine mehrfache Bedeutung von ‹Diagramm› auch im Sinne von Bauvorschriften, Regeln, Schemata aller Art überliefert ist. Es ist Immanuel Kant, der uns ein instruktives auf Euklid zurückgehendes geometrisches Beispiel liefert, hier bestens geeignet unsere Liste zur ‹Grammatik der Diagrammatik› fort zu schreiben.

Kant interessiert sich für die Eigenarten des mathematischen Wissens, welches für ihn gerade nicht auf Begriffen und logischem Schlussfolgern beruht – also diskursiv ist – sondern in der (reinen) Anschauung gründet. [1]

Als Nachweis für den Anschauungsbezug der Geometrie stellt er die Frage, wie sich die Summe der Winkel im Dreieck zum rechten Winkel verhalte. Euklid hat in seinen *Elementen* in Lehrsatz 32 festgehalten, dass die Winkelsumme im Dreieck einem gestreckten Winkel (180^0) entspreche. Kant bemerkt nun: Mit der Ausgangsfrage konfrontiert kann ein Philosoph durch Analyse des Begriffs ‹Dreieck› keine Antwort finden, anders dagegen der Geometer, der ein Dreieck anschaulich konstruiert und dann anhand der Zeichnung aufweisen kann: die Winkelsumme im Dreieck entspricht zwei rechten Winkeln, quantitativ ausgedrückt: 180^0.

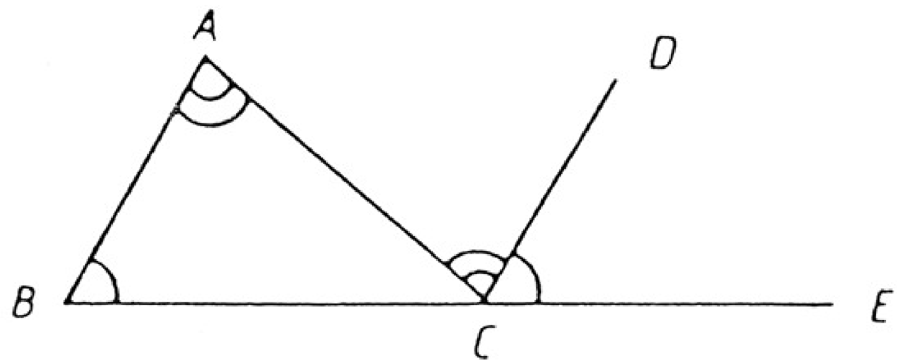

Abb: 3 >

Folgen wir also dem Geometer: Er zeichnet ein Dreieck ABC und ergänzt dieses durch zwei zusätzlich eingezeichnete Linien: die eine Linie verlängert die Strecke BC bis nach E; die andere zieht zu BA eine Parallele, ausgehend von C. Anhand der dadurch entstandenen Zeichnung ist zu ersehen, dass die Winkelsumme im Dreieck gleich den drei in C nebeneinander liegenden Winkeln ist, also zwei rechten Winkeln bzw. einem gestreckten Winkel ($=180^0$) entspricht. Doch was heißt hier: das ist der Zeichnung zu *ersehen*? Zwar ist auch dem unbefangenen Betrachter klar, dass bei C ein gestreckter Winkel vorliegt, doch wieso sind die drei Winkel, die den gestreckten Winkel (180^0) in C bilden, gleich den drei Winkeln *innerhalb* des Dreiecks? Diese Frage ist entscheidend, denn es wird klar, dass die Hilfskonstruktion des Geometers seinerseits von einer anderen anschaulichen Einsicht zehrt, mit der Euklid in Theorem 29 gezeigt hat, dass dann, wenn zwei Parallelen von einer Gerade gekreuzt werden, die entstehenden Wechselwinkel *gleich* sind.

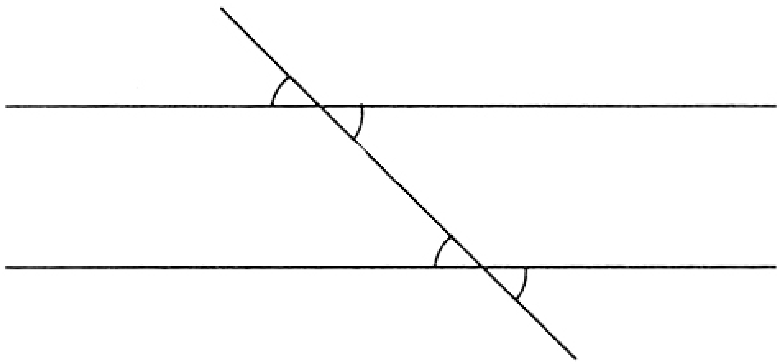

Abb: 4 >

Nur kraft der *Einsicht* der Existenz der Wechselwinkel anhand der letzteren Zeichnung ist zu ersehen, dass in der Dreieckszeichnung die beiden inneren Winkel ABC und CAB außerhalb des Dreiecks in C wieder auftauchen bzw. noch einmal abgebildet werden, so dass dann tatsächlich plausibel wird, wieso die Winkelsumme gleich dem gestreckten Winkel oder zwei rechten Winkeln entspricht.

Wenn wir uns fragen, wieso die zeichnerische Konstruktion von Objekten zu Erkenntnissen führt, die der Begriff dieses Objektes nicht bereits enthält – jedenfalls sieht Kant dies so – dann wird klar: Der informative Überschuss des Diagramms gegenüber dem Begriff gründet darin, dass in seine Konstruktionsanweisung (die als Instruktionsvorschrift deckungsgleich ist mit dem Begriff) genau das nicht enthalten ist, was dann der Zeichnung entnommen werden kann. Dieser epistemische Mehrwert hat mit einer bildlichen Operation, mit einem *Aspektwechsel* zu tun. Der Geometer sieht in der einen Seite des Dreiecks AC (in der ersten Zeichnung = Euklids Theorem 32) eine die Parallelen schneidenden Gerade (in der zweiten Zeichnung = Euklids Theorem 29).

Ein Schenkel des Dreiecks im ‹Beweisbild› fungiert *zugleich* als eine Linie, die Parallelen schneidet, so dass dadurch Wechselwinkel entstehen und lokalisierbar sind, die zu identifizieren wiederum für die Beweiskraft unerlässlich sind. Das Element einer Konstruktionszeichnung fungiert in einer jeweils anderen Rolle und dieser Rollenwechsel bildet das anschauliche Fundament des Beweisganges, der – natürlich – nicht auf die Zeichnung reduzierbar ist, sondern auf der Interaktion von Diagramm und Text und zwar in mehreren Schritten beruht.

Eine letzte Frage drängt sich auf: wenn beim geometrischen Konstruieren einzelne, reale Zeichnungen entstehen, wie gelingt es dem Mathematiker das Paradoxon zu ‹lösen›, dass ein für *alle* Dreiecke notwendig geltender Sachverhalt anhand einer *einzelnen*, empirischen Zeichnung dargelegt wird? Auch darauf hat Kant eine Antwort: die Wahrnehmung, von der im geometrischen Beweis Gebrauch gemacht wird, ist keine empirische Anschauung, sondern sie ist eine Anschauung a priori, eine Anschauung, die sich also immer, wenn ein Dreieck gezeichnet wird, einstellen muss. Dieses ‹müssen›, dieses ‹a priori› aber heißt nur soviel wie: Beim Zeichnen einer Figur folgen wir einer Regel, etwa, das ein Dreieck nicht etwa so «<<<» sondern mit drei Ecken in ganz bestimmter Anordnung gezeichnet wird. Nicht die drei Ecken, sondern die Art ihrer Verbindung ist entscheidend. Es kommt dann weder auf die Größe, noch auf die Exaktheit der Zeichnung an, es genügt, wenn die *Anordnung des Dreiecks* vom Viereck oder Fünfeck, von Kreis und Ellipse zu unterscheiden ist.

Das Dreieck gilt nicht in seiner aisthetischen Fülle als reale Zeichnung, sondern ‹zählt› bloß als Verkörperung eines Dreieck-Schemas, wodurch ein ‹entkörpertes Sehen› evoziert wird: Das Sehen des Dreiecks beinhaltet ein Absehen von allem, was nicht zum Dreieck-Schema gehört. Wohlgemerkt: das empirische Bild des Dreiecks ist nicht das Schema, sondern ‹nur› dessen Realisierung. Denn das Schema liegt allein in der Handlung, genauer: in der Ordnung einer unbegrenzt oft wiederholbaren Konstruktionshandlung. Im Lichte des Schematismus als Handlungsoption können wir im einzelnen, realen, empirischen Dreieck das ideale, virtuelle, nichtempirische Dreieck sehen. Anders ausgedrückt: Wir sehen in der einzelnen Anschauung einen allgemeinen Begriff.

Vervollständigen wir nun unsere ‹Grammatik der Diagrammatik› um zwei letzte Punkte.

10. Erzeugung von Wissen: Diagramme illustrieren nicht nur Sachverhalte, sie sind in ihrer epistemischen Rolle nicht auf Psychologie und Pädagogik zu beschränken, sondern erzeugen neues Wissen, welches in Entdeckungszusammenhängen aber auch in Beweisstrategien von Nutzen ist. Diese Produktion von Wissen qua Diagramm ist an drei Bedingungen gebunden: (i) *Schematismus*. Eine vorgegebene Konstruktionsregel kann als Ordnung von Handlungsschritten in der Visualisierung einer Konstruktion unbegrenzt oft wiederholt werden. (ii) *Surplus*: Die räumliche Konfiguration birgt Einsichten, die nicht schon in der Konstruktionsregel enthalten sind. Das Diagramm eines Objektes kann etwas zeigen, was der Begriff des Objektes nicht schon impliziert.

(iii) *Aspektwechsel*: Die neue Einsicht entsteht durch einen Wechsel im Funktionswert eines Elements der Konstruktionszeichnung; ein und dieselbe Linie spielt dann in zwei unterschiedlichen Diagrammen jeweils eine unterschiedliche Rolle und der Beweis macht Gebrauch von eben diesem Rollenwechsel.

11. Diagrammspiele: Das hier behandelte ‹Beweisbild› zum Nachweis der Größe der Innenwinkel fußt in seiner Demonstrationskraft auf einem bei Euklid früher entwickelten Beweisbild über die Entstehung von Wechselwinkel, immer dann, wenn eine Gerade Parallelen durchschneidet. Nicht nur sind die Diagramme selbst stets eine Kombination von sprachlichen und ikonischen Elementen, nicht nur sind sie eingebettet in Texte, damit also nicht selbsterklärend und nicht nur realisieren Diagramme gewisse ‹schweigenden Vorgaben› wie Zeichnungen gemäß gegebener Konventionen auszuführen und zu deuten sind, sondern überdies beziehen Diagramme sich zumeist auf andere, auf frühere Diagramme.

Wir können daraus schließen: Es gibt nicht ‹das Diagramm›. Diagramme bekommen ihre Rolle in ‹Diagrammspielen›, in denen auf komplexe Weise Ikonisches und Sprachliches, Sinn und Sinnlichkeit, Begriff und Anschauung, Historisches und Systematisches, Explizites und Implizites sich durchdringen. Eine Untersuchung von Diagrammen wird aufschlussreich nur als Untersuchung von historisch situierten diagrammatischen Praktiken, eben: von Diagrammspielen.

Fussnoten

Seite 170 / [1]

Immanuel Kant, Kritik der reinen Vernunft, B 744, 745; A 716,717.

Abbildungen